U, R et I

La tension U [V]
La résistance R [Ω]
Le courant I [A]

Influence de la température sur les résistances

- La résistance d'un fil conducteur ne dépend pas seulement de sa géométrie et du matériaux dont il est fait, mais également de la température Θ (thêta).
- La dépendance d'une résistance de la température est donnée par le coefficient de température α (alpha).
- Définition:
    - Le coefficient de température α donne la variation de résistance d'un conducteur particulier pour 1Ω et par degré de variation de température.

Variation de la résistance R pour une variation de température ΔΘ (delta thêta)

$$\Delta R = R_{20} * \alpha * \Delta\Theta$$

ΔR = variation de résistance due à la température
R_{20} = résistance à la température de 20°C
α = coefficient de température
$\Delta\Theta$ = variation de température par rapport à 20°C

Influence de la température sur les résistances

Variation de la résistance R pour une variation de température $\Delta\Theta$ (delta thêta)

On a:

$$R_\Theta = R_{20} + \Delta R$$
$$\Delta R = R_{20} * \alpha * \Delta\Theta$$
$$R_\Theta = R_{20} + R_{20} * \alpha * \Delta\Theta$$

$$R_\Theta = R_{20}(1 + \alpha * \Delta\Theta)$$

Remarque :

- Pour les métaux $\alpha > 0$ ==> la résistance des métaux augmente avec la température.
- Pour le carbone $\alpha < 0$ ==> la résistance du carbone diminue avec la température.

NB : A la température Θ, la résistivité devient:

$$\rho_\Theta = \rho_{20}(1 + \alpha * \Delta\Theta)$$

Influence de la température sur les résistances

- Il est assez rare en pratique qu'on connaisse la valeur R20 d'une résistance à 20 °C.
- Il s'agit le plus souvent, connaissant sa valeur R_1 à la température Θ_1 d'en déduire sa valeur R_2 à la température Θ_2.
  - A la température Θ_1 :

$$R_1 = R_{20}(1 + \alpha * \Delta\Theta_1) \qquad (\Delta\Theta_1 = \Theta_1 - 20)$$

  - A la température Θ_1 :

$$R_2 = R_{20}(1 + \alpha * \Delta\Theta_2) \qquad (\Delta\Theta_2 = \Theta_2 - 20)$$

  - Ainsi

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha * \Delta\Theta_1}{1 + \alpha * \Delta\Theta_2} \quad \text{==>} \quad R_2 = R_1 * \frac{1 + \alpha * \Delta\Theta_2}{1 + \alpha * \Delta\Theta_1}$$

Principe de superposition

http://fr.wikipedia.org/wiki/Principe_de_superposition

- On dit qu'un système est linéaire ou relève du principe de superposition si à la somme de deux excitations correspond la somme des deux réponses correspondantes.
- Plus précisément, si l'on note les excitations f (par référence aux forces de la mécanique) et les réponses x (par référence aux mouvements) :
  - lorsque l'on sollicite le système par une excitation $f1(t)$, la réponse est $x1(t)$;
  - lorsque l'on sollicite le système par une excitation $f2(t)$, la réponse est $x2(t)$;

- alors le système est dit linéaire si
  - pour $\lambda 1$ et $\lambda 2$ deux nombres quelconques, la réponse à l'excitation

$$\lambda 1 f1 + \lambda 2 f2$$

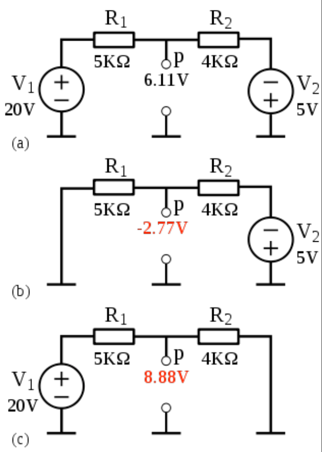
est

$$\lambda 1 x1 + \lambda 2 x2.$$

- Ce résultat se généralise alors à un nombre quelconque d'excitations. En d'autres termes, si on sait décomposer une excitation en une somme de fonctions simples, il sera éventuellement possible de calculer la réponse correspondante en additionnant des réponses individuelles calculables explicitement.

Principe de superposition
Application aux circuits électriques

- Dans le cas des circuits électriques composés exclusivement d'éléments linéaires:
  - résistances
  - capacités
  - inductances
  - générateurs de tension ou de courant indépendants ou dépendants linéairement d'un courant, d'une tension
  - etc...
- la réponse dans une branche est égale à la somme des réponses pour chaque générateur indépendant pris isolément, en désactivant tous les autres générateurs indépendants
  - générateurs de tension remplacés par des court-circuits
  - générateurs de courant par des circuits ouverts



Principe de superposition
Application aux circuits électriques

(a) La tension en P par rapport à la masse commune est de 6,11 volts. Cette valeur a été calculée en appliquant le principe de la superposition. Les étapes suivantes en font la démonstration.

(b) Court-circuit de V1 pour trouver l'influence de V2. La tension entre P et la masse devient égale à la tension aux bornes de R1. On calcule cette tension avec la formule du diviseur de tension;

$$V_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_2 = -2,77V$$

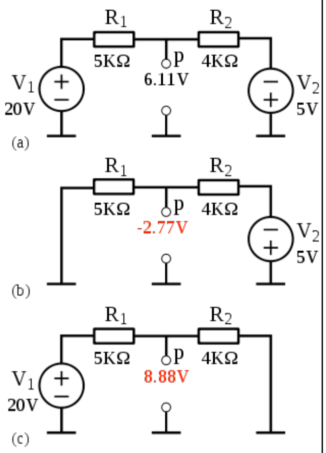
(c) Court-circuit de V2 pour trouver l'influence de V1. La formule du diviseur de tension est de nouveau employée;

$$V_{R2} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_1 = 8,88V$$

L'addition (superposition) des valeurs obtenues, nous donne bien la tension au point P de notre circuit;

$$-2,77V + 8,88V = 6,11V$$

On peut appliquer le même principe à des circuits utilisant plus de deux sources. Aussi, chaque diviseur de tension peut comprendre un nombre quelconque de résistances en série.



Lois de Kirchhoff

http://fr.wikipedia.org/wiki/Lois_de_Kirchhoff

- Les lois de Kirchhoff expriment la conservation de l'énergie et de la charge dans un circuit électrique. Elles portent le nom du physicien allemand qui les a établies en 1845 : Gustav Kirchhoff.

Portrait de Gustav Robert Kirchhoff, qui a établi les lois portant son nom en 1845.

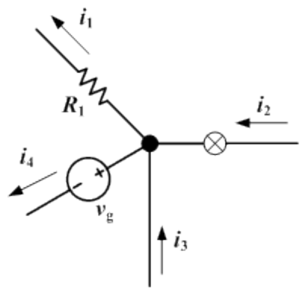
- Dans un circuit complexe, il est possible de calculer les différences de potentiel aux bornes de chaque résistance et l'intensité du courant continu dans chaque branche de circuit en appliquant les deux lois de Kirchhoff :
  - la loi des nœuds
  - la loi des mailles.

Lois de Kirchhoff
Loi des nœuds

- La somme des intensités des courants qui entrent par un nœud est égale à la somme des intensités des courants qui en sortent.
- Les intensités des courants sont des grandeurs algébriques
  - positives
  - négatives
- Sur la figure est représenté le sens (choisi arbitrairement) des courants entrant ou sortant du nœud A.
- D'après la loi des nœuds, on a donc :

$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3$$

- Cette loi découle directement de la conservation de la charge électrique, en tenant compte du fait que ces charges ne peuvent pas s'accumuler à un endroit quelconque du circuit.
- Les charges qui arrivent à un nœud compensent celles qui en repartent.

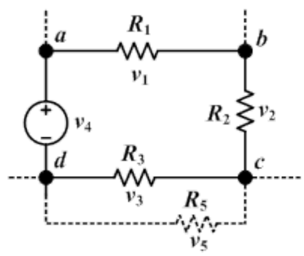


Lois de Kirchhoff
Loi des mailles

- Dans une maille quelconque d'un réseau, la somme algébrique des tensions le long de la maille est constamment nulle
- Cette loi découle de la définition de la tension comme différence de potentiel entre deux points.
- La tension entre a et b est:

$$U = V_b - V_a$$

- Va et Vb étant les potentiels respectifs aux points a et b.
- En additionnant toutes les tensions d'une maille et en se servant de cette définition, on obtient un résultat nul.

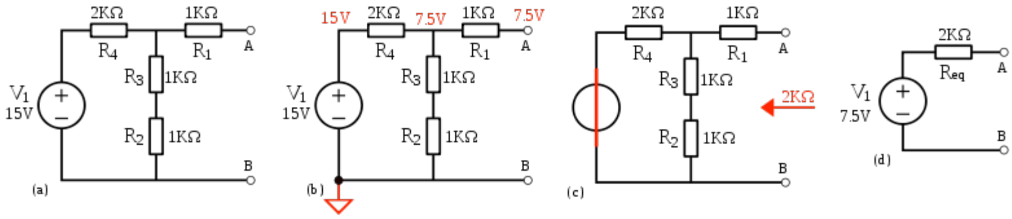


Théorème de Thévenin

http://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_de_Thévenin

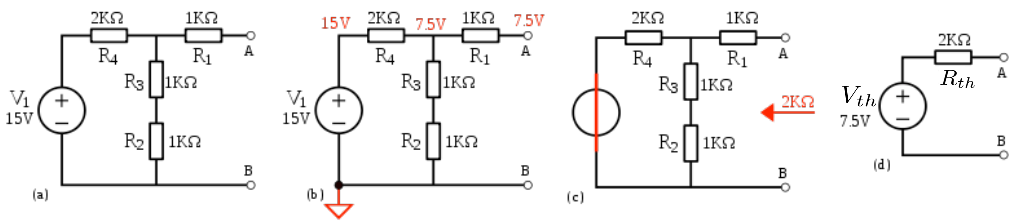
- Le théorème de Thévenin a été initialement découvert par le scientifique allemand Hermann von Helmholtz en 1853, puis en 1883 par l'ingénieur télégraphe français Léon Charles Thévenin.

- Ce théorème est une propriété électronique qui se déduit principalement des propriétés de linéarité1 et du principe de superposition qui en découle.
- Il s'utilise pour convertir une partie d'un réseau complexe en un dipôle plus simple.



Théorème de Thévenin

- Énoncé :
  - Un réseau électrique linéaire vu de deux points est équivalent à un générateur de tension parfait dont la force électromotrice est égale à la différence de potentiels à vide entre ces deux points, en série avec une résistance égale à celle que l'on mesure entre les deux points lorsque les générateurs indépendants sont rendus passifs.
- Soit un circuit composé de plusieurs sources et de plusieurs résistances possédant deux bornes A et B entre lesquelles est raccordée une charge :
  - La tension de Thévenin V_{th} est la tension calculée ou mesurée, entre les bornes A et B lorsque la charge est déconnectée (tension à vide).
  - La résistance de Thévenin R_{th} est la résistance calculée, ou mesurée, entre les bornes A et B lorsque la charge est déconnectée et que les sources sont éteintes : les sources de tension indépendantes sont remplacées par un court-circuit et les sources de courant indépendantes par un circuit ouvert.

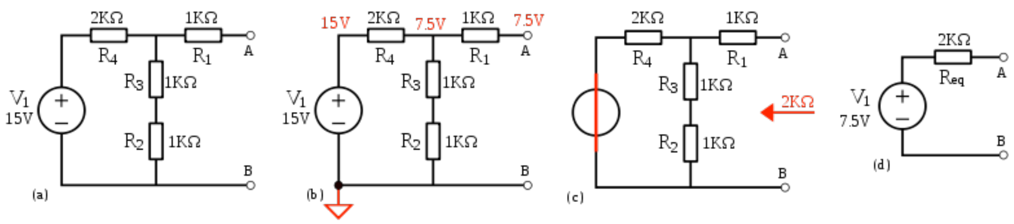


Théorème de Thévenin

- Lorsque la tension de Thévenin est connue, il existe trois autres méthodes pratiques pour mesurer la résistance de Thévenin.
  - La première consiste à remplacer la charge par une résistance dont la valeur est connue et à prendre la tension aux bornes de cette résistance. R_{th} se résout facilement car elle devient alors la seule inconnue de l'équation découlant du théorème du diviseur de tension.
  - La deuxième méthode, proche de la première, est celle dite de la demi-tension : on utilise une résistance variable au lieu d'une résistance fixe et on fait varier la valeur de la résistance jusqu'à avoir $V_{th}/2$, les deux résistances sont alors égales.
  - La dernière méthode fait appel au courant de Norton. Si celui-ci est connu, on utilise la formule suivante:

$$R_{Th} = V_{Th}/I_N$$

  - où I_N est le courant calculé ou mesuré, entre les bornes A et B lorsqu'elles sont court-circuitées.



Théorème de Thévenin
Exemple

(a) Circuit originel.

(b) Calcul de la tension aux bornes de AB.

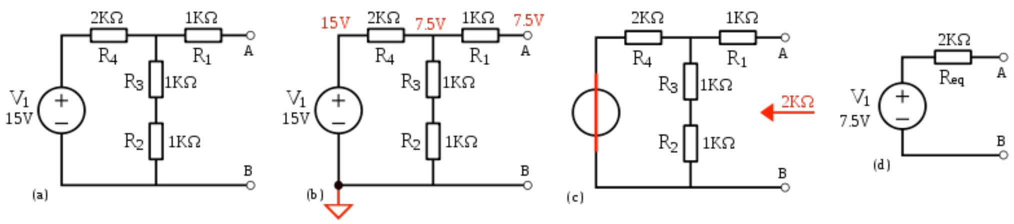
$$V_{\mathrm{AB}} = \frac{R_2 + R_3}{(R_2 + R_3) + R_4} \cdot V_1 = \frac{1\,\mathrm{k}\Omega + 1\,\mathrm{k}\Omega}{(1\,\mathrm{k}\Omega + 1\,\mathrm{k}\Omega) + 2\,\mathrm{k}\Omega} \times 15\mathrm{V} = \frac{1}{2} \times 15\mathrm{V} = 7.5\mathrm{V}$$

(Notez que R1 n'est pas prise en considération, car les calculs ci-dessus sont faits en circuit ouvert entre A et B, par suite, il n'y a pas de courant qui passe à travers R1 et donc aucune chute de tension n'y apparait)

(c) Calcul de la résistance équivalente aux bornes AB en court-circuitant V1.

$$R_{\mathrm{AB}} = R_1 + ((R_2 + R_3) \,\|\, R_4) = 1\,\mathrm{k}\Omega + ((1\,\mathrm{k}\Omega + 1\,\mathrm{k}\Omega) \,\|\, 2\,\mathrm{k}\Omega)$$
$$= 1\,\mathrm{k}\Omega + \left(\frac{1}{(1\,\mathrm{k}\Omega + 1\,\mathrm{k}\Omega)} + \frac{1}{(2\,\mathrm{k}\Omega)}\right)^{-1} = 2\,\mathrm{k}\Omega$$

(d) Circuit équivalent de Thévenin. Celui-ci nous permet de trouver aisément le courant dans un dipôle quelconque relié entre les bornes A et B sans qu'on ait à résoudre le circuit au complet.

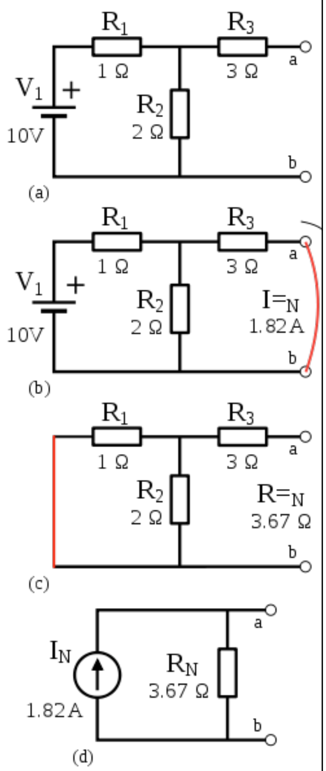


Théorème de Norton

http://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_de_Norton

- Le Théorème de Norton pour les réseaux électriques établit que tout circuit linéaire est équivalent à une source de courant idéale I, en parallèle avec une simple résistance R.
- Le théorème s'applique à toutes les impédances, pas uniquement aux résistances. L'énoncé de ce théorème a été publié en 1926 par l'ingénieur Edward Lawry Norton (1898-1983).

- Communément :
  - Le courant de Norton est le courant entre les bornes de la charge lorsque celle-ci est court-circuitée, d'où Ic = I (court-circuit)
  - La résistance de Norton est celle mesurée entre les bornes de la charge lorsque toutes les sources sont rendues inactives en court-circuitant les sources de tension et en débranchant les sources de courant.



Théorème de Norton
Exemple

(a) Circuit originel.

(b) Court-circuit entre les bornes a et b pour trouver le courant Norton I_N.

- On calcule d'abord le courant total délivré par la source de tension;

$$I_{\text{total}} = \frac{V_1}{R_1 + \left(\dfrac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}\right)} = 4.54\text{A}$$

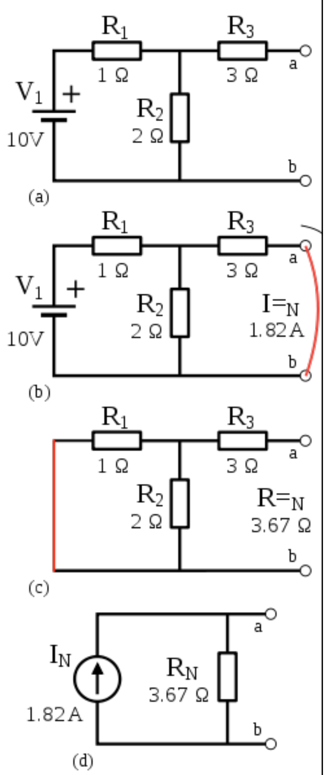
- On trouve ensuite le Courant de Norton par la formule du diviseur de courant;

$$I_{\text{N}} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_{\text{total}} = 1.82\text{A}$$

(c) Court-circuit aux bornes de la source de tension et circuit ouvert entre a et b pour trouver la résistance de Norton

$$R_{\text{N}} = R_3 + \left(\frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 + R_1}\right) = 3.67\Omega$$

(d) Circuit équivalent de Norton



Conversion entre un circuit de Thévenin et de Norton

- On passe directement d'un circuit de Thévenin à un circuit de Norton et inversement, à l'aide des formules suivantes:
  - De Thévenin à Norton;

$$R_N = R_{Th}, \quad I_N = V_{Th}/R_{Th}$$

  - De Norton à Thévenin;

$$R_{Th} = R_N, \quad V_{Th} = I_N R_N$$